Le problème est constitué de quatre parties indépendantes

PARTIE A

L'apparition d'un virus a été constatée dans une région ostréicole. Pour étudier la propagation de la maladie, des échantillons d'huîtres ont été prélevés dans deux parcs A et B de cette région.

Sur 150 huîtres prélevées dans le parc A, on a dénombré 48 huîtres atteintes par la maladie.

Sur 200 huîtres prélevées dans le parc B , on en a dénombré 37.

On appelle respectivement p_A et p_B les proportions observées d'huîtres atteintes dans chacun des deux parcs A et B.

Dans quel intervalle de confiance doit être située la différence $p_A - p_B$ pour pouvoir affirmer au risque de 5%, que les parcs A et B sont atteints dans la même proportion ?

Que peut-on en conclure ?

PARTIE B

A la suite de cette épidémie, une coopérative ostréicole décide l'implantation d'une espèce d'huîtres importée, insensible à la maladie.

Dans une région non touchée par le virus, on immerge en eau profonde, des naissains de deux espèces différentes:

- une espèce 1 provenant de la production locale.
- une espèce 2 importée.

Au bout de trois ans, on s'intéresse au nombre d'huîtres ayant un calibre commercialisable, celui-ci pouvant être : 5 ; 4 ; 3 ; 2 ; 1 ; 0 ; 00 ; 000.

Sur 1000 huîtres prélevées de chaque espèce, on obtient les résultats suivants:

calibre	5	4	3	2	1	0	00	000	total
espèce 1	36	81	154	205	203	150	115	56	1000
espèce 2	50	93	150	177	185	158	112	75	1000

A l'aide du test du χ^2 , peut-on affirmer avec un risque de 5% que les deux distributions sont comparables ?

PARTIE C

A la suite de cet essai, la nouvelle espèce a été implantée dans la région. Les résultats des premières récoltes sont consignés par année et par tonne dans le tableau ci-dessous.

x_i désigne l'année et p_i le tonnage.

x_i	1990	1991	1992	1993	1994
p_i	4,05	6,75	8,93	15,68	21,10

1) On veut réaliser un outil de prévision pour les années suivantes, en supposant que les conditions d'élevage restent identiques.
On pose $t_i = x_i - 1990$, $z_i = \ln p_i$ arrondi à 10^{-2} au plus près, on obtient le tableau suivant:

t_i	0	1	2	3	4
z_i	1,40	1,91	2,19	2,75	3,05

a) Définir et calculer le coefficient de corrélation linéaire entre t et z. (Le tableau des calculs intermédiaires n'est pas demandé).

b) Par la méthode des moindres carrés, déterminer l'équation de la droite de régression de z en t.

2) Déduire de la question précédente une relation de la forme:

$$p(x) = \alpha e^{\beta (x-1990)}$$

PARTIE D

Une partie de la production est conditionnée par calibre, en bourriches étiquetées:

P pour un calibre	5 ou 4
M pour un calibre	3 ou 2 ou 1
G pour un calibre	0 ou 00 ou 000

La probabilité d'erreur lors du tri est estimée en fonction de la catégorie de la façon suivante:

catégorie	P	M	G
probabilité d'erreur	0,035	0,06	0,045

Par ailleurs, la proportion d'huîtres de chaque catégorie est:

pour les petites	p(P) = 0,13
pour les moyennes	p(M) = 0,54 ,
pour les grosses	p(G) = 0,33

1) On appelle E l'événement « une huître a été mal triée ». Calculer la probabilité de E.
2) Quelle est la probabilité qu'une huître soit moyenne sachant qu'elle a été mal triée ?
3) Les huîtres de calibre P sont conditionnées en bourriches de N huîtres. On se propose de déterminer N de sorte que la probabilité q(N) qu'il y ait dans la bourriche au plus une huître mal triée soit inférieure ou égale à 0,5. On appelle (C) cette condition.

Soit $f(x) = (0{,}965)^{x-1}[0{,}965 + 0{,}035x]$

a) Vérifier que pour $N \geq 1$ on a $q(N) = f(N)$.

b) Etudier les variations de f sur R^+.

c) Déterminer le nombre minimal d'huîtres à mettre dans une bourriche de calibre P pour que la condition (C) soit remplie.